جامعة الفرات الاوسط التقنية /المعهد التقني سماوة

قسم البناء والانشاءات .....

المحاضرة الثالثة والرابعة

اسم المادة /الرياضيات .

المرحلة الدراسية / الاولى

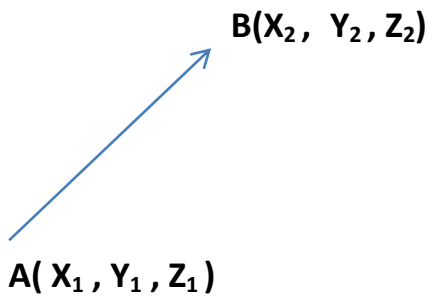
العام الدراسي / 2022 - 2023

استاذ المادة /المهندسة .ذكرى عبد الله

المتجهات (Vectors) :

هي الكميات التي لها مقدار عددي واتجاه مثل (القوة :Force) و (السرعة :velocity)
(والتعجيل : Acceleration) .

$$* \overrightarrow{AB} = (X_2 - X_1)\,i + (Y_2 - Y_1)\,j + (Z_2 - Z_1)\,K$$

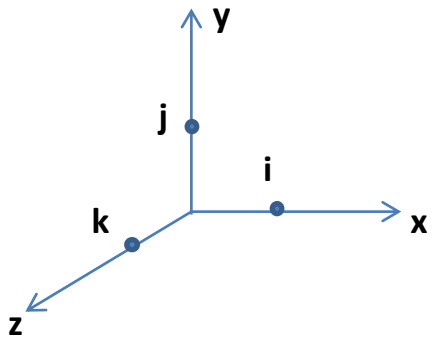


EX. : A(2 ,4 , -1) & B(-3 , 0 , 5) , Find $\overrightarrow{AB}$?

المطلوب استخراج الفكتر من (A الى B) :

$$\overrightarrow{AB} = (-3 - 2)\,i + (0 - 4)\,j + (5 - (-1))\,z$$
$$= -5i - 4j + 6k$$

لكل (vector) توجد (وحدة فكتر) تسمى (Unit vector) .



$$* \vec{U}_{AB} = \frac{\overrightarrow{AB}}{|AB|} = \frac{\text{الفكتر}}{\text{طول الفكتر}}$$

لاستخراج (طول الفكتر) :

$$|AB| = \sqrt{(X2 - X1)^2 + (Y2 - Y1)^2 + (Z2 - Z1)^2}$$

$$= \sqrt{25 + 16 + 36} = \sqrt{77}$$

نـطبـق القـانـون :

$$= \frac{-5i - 4j + 6k}{\sqrt{77}}$$

$\vec{i} = (1, 0, 0)$

$\vec{j} = (0, 1, 0)$

$\vec{k} = (0, 0, 1)$

$|\vec{i}| = \sqrt{1+0+0} = 1$

$|\vec{j}| = \sqrt{0+1+0} = 1$

$|\vec{k}| = \sqrt{0+0+1} = 1$

* جمع وطرح المتجهات :

1) * Addition :

$\vec{A} = (X_1, Y_1, Z_1)$, $\vec{B} = (X_2, Y_2, Z_2)$

$\vec{A} + \vec{B} = (X_1 + X_2, Y_1 + Y_2, Z_1 + Z_2)$

$\vec{A} + \vec{B} = (2 + (-1)), (-1 + 5), (4 + 3)$

$= (1, 4, 7) = \vec{i} + 4\vec{j} + 7\vec{k}$

((كلاهما صحيحة))

2) * Subtraction :

$\vec{A} - \vec{B} = (X_1 - X_2, Y_1 - Y_2, Z_1 - Z_2)$

3) * Product of Vectors :

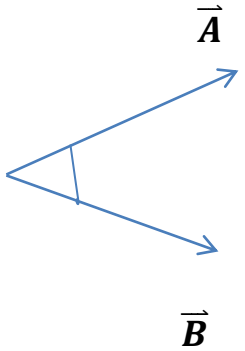
يــوجـد نــوعيــن مـــن الضـــرب :

1) Dot Product (Scalar) .

2) Cross Product (vector) .

$\vec{A} . \vec{B} = |\vec{A}| . |\vec{B}| \cos \theta$

عندما تكون الزاوية معلومة نتبع هذا القانون .



$\vec{i} . \vec{i} = |\vec{i}| . |\vec{i}| \cos 0$

$= 1 . 1 . 1 = 1$

$\vec{j} \cdot \vec{j} = 1$, $\vec{k} \cdot \vec{k} = 1$ (cos. 0 = 1)

$\vec{i} \cdot \vec{j} = |\vec{i}| \cdot |\vec{j}| \cos. 90 = 0$ (cos.90 = 0)

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

هذا القانون حفظ

EX. $\vec{A} = (3, -1, 5)$, $\vec{B} = (-2, 6, 4)$, Find ($\vec{A} \cdot \vec{B}$) ?

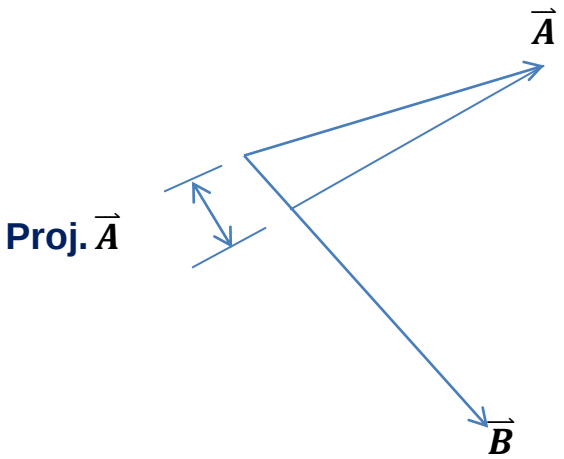
$$\vec{A} \cdot \vec{B} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

$$\cdot \vec{B} = (-6 - 6 + 20) = -12 + 20 = 8$$

فالناتج يكون عبارة عن رقم ولذلك سمي (scalar)

Projection Vectors : مساقط المتجهات

لتسقيط $\vec{A}$ على $\vec{B}$ والزاوية بينهما (90°) .



$$Proj._{\vec{B}}^{\vec{A}} = |\vec{A}| \cdot \cos. \theta$$

$$= |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cos \theta$$

$$Proj._{\vec{B}}^{\vec{A}} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{B}|}$$

$$Proj._{\vec{A}}^{\vec{B}} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}|}$$

EX. $\vec{A}$ = (3 ,-1 , 2) , $\vec{B}$ = (-1 , 0 ,3) , Find $Proj.\frac{\vec{A}}{\vec{B}}$?

SOL. : $|\vec{A}| = \sqrt{3^2 + (-1)^2 + (2)^2}$

$= \sqrt{9+1+4} = \sqrt{14}$

$|\vec{B}| = \sqrt{(-1)^2 + (0)^2 + (3)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$

$\vec{A}.\vec{B}$ = (3X (-1)) + (0 X (-1)) + (2X3)

= -3 + 0 + 6 = 3

$$Proj.\frac{\vec{A}}{\vec{B}} = \frac{\vec{A}.\vec{B}}{|\vec{B}|} = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$Proj.\frac{\vec{B}}{\vec{A}} = \frac{\vec{A}.\vec{B}}{|\vec{A}|} = \frac{3}{\sqrt{14}}$$